<u>Bsp</u> Seien

$$f(X) = X^2 + X - 1 \in \mathbb{F}_3[X]$$
$$g(X) = 2X^2 + X \in \mathbb{F}_3[X]$$

Es ist

$$f(x) \cdot g(x) = (X^2 + X - 1) \cdot (2X^2 + X)$$
$$= -X^4 - X^2 - X$$

$$\deg(f(x) \cdot g(x)) = 4$$
$$\deg(f(x)) + \deg(g(X)) = 2 + 2$$

Es gilt

$$f(X) + g(x) = -X - 1$$

$$\deg(f(x) + g(x)) = 1$$
$$\lneq$$
$$\max\{\deg(f(x)), \deg(g(X))\} = 2$$

Bsp (1) Es ist $X^3 + X + 1 \in \mathbb{F}_2[X]$ mangels Nullstelle irreduzibel.

(2) Es ist $X^2 + 1 \in \mathbb{F}_3[X]$ mangels Nullstelle irreduzibel

(3) Alle irreduziblen Polynome von Grad 2 in $\mathbb{F}_3[X]$:

Konstanter Term $\neq 0$!

Nullstellen $1, -1$

$X^2 + 1$ $\qquad$ $\cancel{X^2 - 1}$

$\cancel{X^2 + X + 1}$ $\qquad$ $X^2 + X - 1$

$\cancel{X^2 - X + 1}$ $\qquad$ $X^2 - X - 1$

Nullstelle 1

Nullstelle -1

irreduzibel

Bsp Das Polynom

$$X^4 + X^3 + X^2 + X + 1 \in \mathbb{F}_5[X]$$

hat die Nullstelle 1. Es wird

$$(X^4 + X^3 + X^2 + X + 1) = (X - 1) \cdot (X^3 + 2X^2 + 3X + 4)$$

$$\begin{array}{l}
X^4 - X^3 \\
\hline
\quad 2X^3 + X^2 \\
\quad 2X^3 - 2X^2 \\
\hline
\qquad 3X^2 + X \\
\qquad 3X^2 - 3X \\
\hline
\qquad\quad 4X + 1 \\
\qquad\quad 4X - 4 \\
\hline
\qquad\qquad 5 = 0
\end{array}$$

Bsp

$$
\begin{aligned}
i^0 &= 1 \qquad & i^4 &= 1 \\
i^1 &= i \qquad & i^5 &= i \qquad \text{usf.} \\
i^2 &= -1 \qquad & i^6 &= -1 \\
i^3 &= -i \qquad & i^7 &= -i
\end{aligned}
$$

Bsp

$$
\begin{aligned}
(1+i)^2 &= 1 + 2i + i^2 \\
&= 1 + 2i - 1 \\
&= 2i
\end{aligned}
$$

$$(1+i)^4 = (2i)^2 = -4$$

Bsp

$$\frac{1}{1+2i} = \frac{1 \cdot (1-2i)}{(1+2i)\cdot(1-2i)}$$

$$= \frac{1-2i}{1^2-(2i)^2} = \frac{1-2i}{1+4}$$

$$= \frac{1-2i}{5} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$$