Bsp

(1) $\det \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 1$

$= 10$

(2) $\det \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

$\overset{\text{Sarrus}}{=} +1 \cdot 1 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \cdot 5 + 5 \cdot 7 \cdot 3$

$- 1 \cdot 2 \cdot 3 - 3 \cdot 7 \cdot 4 - 5 \cdot 1 \cdot 5$

$= 4 + 30 + 105$

$- 6 - 84 - 25$

$= 24$

Bsp $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in K^{2 \times 2}$ invertierbar

$\Rightarrow \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$

Bsp

(1)

$$\det\begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 4 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 9 \\ 0 & 0 & 6 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \det\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \det\begin{pmatrix} 4 & 1 & 9 \\ 6 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \det\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \det\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} \cdot \det\left(\boxed{1}\right)$$

$$= 5 \cdot 2 \cdot 1$$

$$= 10$$

Bsp

$$\det \begin{pmatrix} \boxed{2} & 3 & 5 & 7 & 8 \\ 0 & 4 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 8 & 2 & 9 \\ 0 & 7 & 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \det(\boxed{2}) \cdot \det \begin{pmatrix} 4 & 9 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 8 & 2 & 9 \\ 7 & 6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \det(2) \cdot \det \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= 2 \cdot (-1) \cdot (-7)$$

$$= 14$$

Bsp

$$\det \begin{pmatrix} 7 & 1 & 9 & 4 \\ 0 & 2 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = 7 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 3 = 210$$

<u>Bsp</u> Sei $t \in \mathbb{R}$ ein Parameter.

Für welche Werte von $t$ ist

$$A_t := \begin{pmatrix} 1 & 0 & t & 0 \\ 0 & t & t & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

invertierbar?

Es ist

$$A_t \text{ invertierbar} \iff \det(A_t) \neq 0$$

Es wird

$$\det(A_t) = \det \begin{pmatrix} 1 & 0 & t & 0 \\ 0 & t & t & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= t \cdot \det \begin{pmatrix} 1 & 0 & t & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \ldots$$

$-1$

$$\ldots = t \cdot \det \begin{pmatrix} 1 & 0 & t & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

$$= t \cdot \det \begin{pmatrix} 1 & 0 & t \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \det\left(\boxed{1}\right)$$

$$= t \cdot \det \begin{pmatrix} 1 & t \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= t\,(1-t)$$

Also ist

$$\{ t \in \mathbb{R} : A_t \text{ ist invertierbar} \}$$

$$= \{ t \in \mathbb{R} : \det(A_t) \neq 0 \}$$

$$= \{ t \in \mathbb{R} : t\,(1-t) \neq 0 \}$$

$$= \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$$