

Mathematik 1 für Informatiker

Blatt 3

Platzaufgaben

Platzaufgabe 9

- (a) Berechnen Sie $\sum_{k=3}^6 (k-1)$ und $\prod_{k=3}^6 (k-1)$.
- (b) Berechnen Sie $\binom{11}{4}$.
- (c) Berechnen Sie $(1 + \sqrt{5})^5 + (1 - \sqrt{5})^5$ mit dem binomischen Lehrsatz.
- (d) Berechnen Sie $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-2)^k$ für $n \in \mathbb{N}$.
- (e) Seien $a_4, a_5, a_6, a_7 \in \mathbb{R}$ gegeben. Gilt dann $\sum_{k=5}^7 a_k = \sum_{k=4}^6 a_{k+1}$? Gilt $\prod_{k=5}^7 a_k = \prod_{k=4}^6 a_k$?
- (f) Berechnen Sie $\sum_{k=2}^n \left(\frac{3^{k+1}}{k!} - \frac{3^k}{(k-1)!} \right)$ für $n \in \mathbb{N}$.

Das Resultat sollte kein Summenzeichen mehr enthalten.

Platzaufgabe 10 Sei $f : \mathbb{Z}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$\begin{aligned} f(0) &:= 0 \\ f(z) &:= f(z-1) + 2z - 1 \quad \text{für } z \in \mathbb{Z}_{\geq 1}. \end{aligned}$$

- (a) Berechnen Sie $f(k)$ für $0 \leq k \leq 4$.
- (b) Finden Sie eine nicht-rekursive Formel für $f(z)$ für $z \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$.
Zeigen Sie diese mit Induktion.

Platzaufgabe 11

- (a) Berechnen Sie $\text{ggT}(315, 441)$ mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.
Finden Sie $s, t \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(315, 441) = s \cdot 315 + t \cdot 441$.
- (b) Bestimmen Sie $\text{ggT}(315, 441)$ mit Hilfe der Primfaktorzerlegung.
Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Ergebnis aus (a).

Platzaufgabe 12

- (a) Schreiben Sie $167 = 167_{10}$ in Binärdarstellung und in Hexadezimaldarstellung.
- (b) Schreiben Sie 1011001011_2 in Hexadezimaldarstellung.
- (c) Schreiben Sie 1FD_{16} in Binärdarstellung.

Mathematik 1 für Informatiker

Blatt 3

Hausaufgaben

Abgabe bis Di 24.11.2020 um 23:55 Uhr im Ilias.

Hausaufgabe 9 Sei $f : \mathbb{Z}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$\begin{aligned} f(0) &:= 0 \\ f(z) &:= f(z-1) + 3z^2 - 3z + 1 \quad \text{für } z \in \mathbb{Z}_{\geq 1}. \end{aligned}$$

- (a) Berechnen Sie $f(k)$ für $0 \leq k \leq 4$.
- (b) Finden Sie eine nicht-rekursive Formel für $f(z)$ für $z \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$.
Zeigen Sie diese mit Induktion.

Hausaufgabe 10

- (a) Sei $n \in \mathbb{Z}_{\geq 2}$. Berechnen Sie $\sum_{k=2}^n \frac{(2k+3)^2 - 4(2k+1)^2}{4^{k+1}}$.
- (b) Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie die Primfaktorzerlegung von

$$33 \cdot \text{ggT} \left(\sum_{k=0}^{2n} \binom{2n}{k} 90^k (-13)^{2n-k}, \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 229^k 266^{n-k} \right).$$

Hausaufgabe 11

- (a) Berechnen Sie $\text{ggT}(7128, 7623)$ mit Hilfe des Euklidischen Algorithmus.
Finden Sie $s, t \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(7128, 7623) = s \cdot 7128 + t \cdot 7623$.
- (b) Bestimmen Sie $\text{ggT}(7128, 7623)$ mit Hilfe der Primfaktorzerlegung.
- (c) Bestimmen Sie die Primfaktorzerlegung von $\text{ggT} \left(\binom{113}{3}, \binom{113}{4} \right)$.

Hausaufgabe 12 Gegeben sind $a := 1315$ und $b := 526$.

- (a) Schreiben Sie a und b in Binärdarstellung und in Hexadezimaldarstellung.
- (b) Schreiben Sie $a + b$ in Binärdarstellung und $a - b$ in Hexadezimaldarstellung.
- (c) Bestimmen Sie Primfaktorzerlegungen von a , b und $\text{ggT}(a, b)$.