

## Mathematik 1 für Informatiker

**Blatt 4**

## Platzaufgaben

**Platzaufgabe 13** Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke.

Geben Sie dabei Ihre Lösungen in der Form  $[a]_n$  mit  $0 \leq a \leq n - 1$  an.

- (a)  $[2]_4 + [2]_4$  in  $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$
- (b)  $[3]_4 \cdot [3]_4$  in  $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$
- (c)  $[3]_5 \cdot ([2]_5)^{-1}$  in  $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$
- (d)  $[25]_3 \cdot ([17]_3 - [121]_3)$  in  $\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}$
- (e)  $[3]_6 \cdot ([4]_6 - [8]_6)$  in  $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$

**Platzaufgabe 14** Bestimmen Sie die folgenden Mengen.

Wir machen von der Konvention Gebrauch, bei Elementen von  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$  die eckigen Klammern weglassen zu dürfen.

- (a)  $A := \{x \in \mathbb{Z}/8\mathbb{Z} : x \cdot 4 = 4\}$
- (b)  $B := \{x^5 : x \in \mathbb{Z}/5\mathbb{Z}\}$
- (c)  $C := \{\sigma \in S_3 : \sigma^2 = \text{id}\}$
- (d)  $D := \{x \in \mathbb{F}_7 : x \text{ ist Nullstelle von } X^2 + X + 1 \in \mathbb{F}_7[X]\}$

**Platzaufgabe 15** Wir betrachten die Menge

$$\mathbb{F}_2[X]_{\leq 2} := \{f(X) \in \mathbb{F}_2[X] : f(X) = a_2X^2 + a_1X + a_0, \text{ wobei } a_j \in \mathbb{F}_2 \text{ für } 0 \leq j \leq 2\}$$

der Polynome mit Koeffizienten in  $\mathbb{F}_2$  und Grad kleiner gleich 2.

- (a) Bestimmen Sie alle Elemente der Menge  $\mathbb{F}_2[X]_{\leq 2}$ .
- (b) Bildet  $\mathbb{F}_2[X]_{\leq 2}$  unter Verwendung der Addition in  $\mathbb{F}_2[X]$  ein Monoid?  
Eine abelsche Gruppe?
- (c) Bildet  $\mathbb{F}_2[X]_{\leq 2}$  unter Verwendung der Multiplikation in  $\mathbb{F}_2[X]$  ein Monoid?  
Eine abelsche Gruppe?
- (d) Ist der kommutative Ring  $(\mathbb{F}_2[X], +, \cdot)$  ein Körper?

## Mathematik 1 für Informatiker

**Blatt 4**

## Hausaufgaben

Abgabe bis Di 01.12.20 um 23:55 Uhr im Ilias.

**Hausaufgabe 13** Bestimmen Sie die folgenden Mengen.

- (a)  $A := \{ (a, b) \in \mathbb{Z}/11\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/11\mathbb{Z} : a \cdot b = 1 \}$
- (b)  $B := \{ (a, b) \in \mathbb{Z}/14\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/14\mathbb{Z} : a \cdot b = 1 \}$
- (c)  $C := \{ a \in \mathbb{Z}/14\mathbb{Z} : \exists b \in (\mathbb{Z}/14\mathbb{Z}) \setminus \{0\} \text{ mit } a \cdot b = 0 \}$
- (d)  $D := \{ (a, b) \in \mathbb{Z}/5\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/5\mathbb{Z} : (a + b)^5 = a^2 \}$

**Hausaufgabe 14** Bestimmen Sie die folgenden Mengen.

- (a)  $A := \{ x \in \mathbb{Z}/4\mathbb{Z} : x^3 + 2x + 1 = 0 \}$
- (b)  $B := \{ x \in \mathbb{Z}/5\mathbb{Z} : x^3 + 2x + 1 = 0 \}$
- (c)  $C := \{ x \in \mathbb{Z}/6\mathbb{Z} : x^3 + x + 2 = 0 \}$
- (d)  $D := \{ x \in \mathbb{Z}/7\mathbb{Z} : x^3 + x^2 + x = 0 \}$

**Hausaufgabe 15** Gegeben sind die Polynome  $f(X) := X^5 + 4X$ ,  $g(X) := X^5 + X$  und  $h(X) := X^6 + X^5 - X^2 - X$  in  $\mathbb{F}_5[X]$ .

- (a) Bestimmen Sie alle Nullstellen von  $f(X)$ ,  $g(X)$  und  $h(X)$  in  $\mathbb{F}_5$ .
- (b) Finden Sie Polynome  $u(X), v(X) \in \mathbb{F}_5[X]$ , für welche  $u(X) \neq v(X)$  ist und für welche  $u(x) = v(x) \neq 0$  ist für  $x \in \mathbb{F}_5$ .

**Hausaufgabe 16** Bestimmen Sie die folgenden Mengen.

- (a)  $A := \{ \sigma \in S_4 : \sigma^2 = \text{id} \wedge \sigma(1) = 2 \}$
- (b)  $B := \{ \sigma \in S_4 : \sigma^3 = \text{id} \wedge \sigma(1) = 2 \}$