

Mathematik 1 für Informatiker

Blatt 5

Platzaufgaben

Platzaufgabe 16

(a) Seien

$$f(X) := 3X^4 + 5X^3 + 6X^2 - X + 4$$

$$g(X) := X^2 + 2X + 1$$

in $\mathbb{Q}[X]$ gegeben.Bestimmen Sie $h(X), r(X) \in \mathbb{Q}[X]$ mit $\deg(r(X)) < \deg(g(X))$ und mit

$$f(X) = h(X) \cdot g(X) + r(X).$$

(b) Bestimmen Sie alle irreduziblen Polynome $f(X) \in \mathbb{F}_2[X]$ mit $\deg(f(X)) = 3$.(c) Gibt es ein $s \in \mathbb{F}_3$, für welches das Polynom $X^3 + X^2 + X + 1 \in \mathbb{F}_3[X]$ durch $X^2 + s$ ohne Rest teilbar ist?**Platzaufgabe 17** Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke in \mathbb{C} .

(a) $(2 + i) + (-1 + 3i)$

(b) $(1 + i)(-1 + i)$

(c) $\frac{1}{2 - 2i}$

Platzaufgabe 18(a) Gilt $1 + 1 = 0$ in $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$? Gilt $1 + 1 = 0$ in \mathbb{F}_4 ?(b) Bestimmen Sie Multiplikationstabellen für $\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}$ und \mathbb{F}_4 .

Wie kann man an diesen Tabellen erkennen, welcher der beiden kommutativen Ringe ein Körper ist?

(c) Berechnen Sie $\frac{1 + \alpha}{\alpha} + (1 + \alpha)^2$ in \mathbb{F}_4 .(d) Berechnen Sie $\frac{1 + \beta^2}{\beta} + (1 + \beta)^3$ in \mathbb{F}_8 .(e) Berechnen Sie ι^5 in \mathbb{F}_9 .

Mathematik 1 für Informatiker

Blatt 5

Hausaufgaben

Abgabe bis Di 08.12.20 um 23:55 Uhr im Ilias.

Hausaufgabe 17(a) Berechnen Sie $\frac{7-3i}{1-3i} + (3-2i)^2$ in \mathbb{C} .

(b) Seien

$$\begin{aligned} f(X) &:= X^5 + X^4 - (3+3i)X^3 + (2+i)X^2 + 2X \\ g(X) &:= X^3 - (2+i)X^2 - X + 1 \end{aligned}$$

in $\mathbb{C}[X]$ gegeben.Bestimmen Sie $h(X), r(X) \in \mathbb{C}[X]$ mit $\deg(r(X)) < \deg(g(X))$ und mit

$$f(X) = h(X) \cdot g(X) + r(X).$$

Hausaufgabe 18(a) Berechnen Sie $\left(\frac{1-\iota}{1+\iota} + \frac{\iota}{1-\iota}\right)^5$ in \mathbb{F}_9 .

(b) Seien

$$\begin{aligned} f(X) &:= X^6 - \iota \\ g(X) &:= X^2 + \iota \end{aligned}$$

in $\mathbb{F}_9[X]$ gegeben.Bestimmen Sie $h(X), r(X) \in \mathbb{F}_9[X]$ mit $\deg(r(X)) < \deg(g(X))$ und mit

$$f(X) = h(X) \cdot g(X) + r(X).$$

Hausaufgabe 19(a) Bestimmen Sie alle irreduziblen Polynome $f(X) \in \mathbb{F}_4[X]$ mit $\deg(f(X)) = 2$.(b) Entscheiden Sie, ob $X^4 + X + 1 \in \mathbb{F}_4[X]$ irreduzibel ist.Entscheiden Sie, ob $X^4 + X + 1 \in \mathbb{F}_2[X]$ irreduzibel ist.**Hausaufgabe 20** Bestimmen Sie die folgenden Mengen.(a) $A := \{x \in \mathbb{F}_4 : x^2 + x + 1 = 0\}$ (b) $B := \{x \in \mathbb{F}_8 : x^2 + x + 1 = 0\}$ (c) $C := \{(x, y) \in \mathbb{F}_8^2 : x \cdot y = 1\}$ (d) $D := \{x \in \mathbb{F}_9 : x^3 \neq x\}$