

Mathematik 1 für Informatiker

Blatt 7

Platzaufgaben

Platzaufgabe 23

- (a) Schreiben Sie das folgende lineare Gleichungssystem in der Form $Ax = b$ mit $A \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$ und $b \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 2 \\2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 &= -1\end{aligned}$$

- (b) Formen Sie $(A|b)$ um, bis Zeilenstufenform erreicht ist.
- (c) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\{x \in \mathbb{R}^{4 \times 1} : Ax = 0\}$ des zugehörigen homogenen linearen Gleichungssystems. Führen Sie eine Probe durch.
- (d) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\{x \in \mathbb{R}^{4 \times 1} : Ax = b\}$ des inhomogenen linearen Gleichungssystems. Führen Sie eine Probe durch.

Platzaufgabe 24

- (a) Invertieren Sie $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{2 \times 2}$ mit Hilfe des Gaußalgorithmus. Vergleichen Sie mit dem via Formel erhaltenen Ergebnis aus Platzaufgabe 21 (c).
- (b) Ist $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ invertierbar?

Platzaufgabe 25 Gegeben sind $A := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_2^{3 \times 2}$ und $b := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_2^{3 \times 1}$.

- (a) Formen Sie $(A|b)$ um, bis Zeilenstufenform erreicht ist.
- (b) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{F}_2^{2 \times 1} : Ax = 0\}$.
- (c) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{F}_2^{2 \times 1} : Ax = b\}$.

Mathematik 1 für Informatiker

Blatt 7

Hausaufgaben

Abgabe bis Di 12.01.21 um 23:55 Uhr im Ilias.

Hausaufgabe 25 Gegeben sind

$$A := \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 & 2 & -\frac{2}{3} \\ -1 & 1 & \frac{3}{2} & 1 & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & \frac{3}{2} & 0 & 5 \\ 0 & -1 & -1 & 1 & -\frac{7}{3} \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{5 \times 5}, \quad b := \begin{pmatrix} \frac{7}{3} \\ -\frac{1}{3} \\ 3 \\ 9 \\ -\frac{10}{3} \end{pmatrix} \in \mathbb{Q}^{5 \times 1}.$$

- (a) Formen Sie $(A|b)$ um, bis Zeilenstufenform erreicht ist.
- (b) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{Q}^{5 \times 1} : Ax = 0\}$.
- (c) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{Q}^{5 \times 1} : Ax = b\}$.

Hausaufgabe 26 Seien $A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1+2i & -1+i \\ 2 & -2 & 1 & 1+3i & -2+i \\ -1 & 1 & 0 & -i & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 5}$ und $b := \begin{pmatrix} 1+i \\ 1+i \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3 \times 1}$.

- (a) Formen Sie $(A|b)$ um, bis Zeilenstufenform erreicht ist.
- (b) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{C}^{5 \times 1} : Ax = 0\}$.
- (c) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{C}^{5 \times 1} : Ax = b\}$.

Hausaufgabe 27 Seien $A := \begin{pmatrix} 1 & \beta & 0 & 1+\beta & \beta & \beta^2 \\ 0 & 0 & 1 & \beta^2 & 0 & 1 \\ 1 & \beta & \beta^2+\beta & \beta^2+\beta & 1 & \beta \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_8^{3 \times 6}$ und $b := \begin{pmatrix} 1 \\ 1+\beta \\ \beta \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_8^{3 \times 1}$.

- (a) Formen Sie $(A|b)$ um, bis Zeilenstufenform erreicht ist.
- (b) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{F}_8^{6 \times 1} : Ax = 0\}$.
- (c) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{F}_8^{6 \times 1} : Ax = b\}$.

Hausaufgabe 28

- (a) Bestimmen Sie die inverse Matrix von $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_5^{4 \times 4}$.

- (b) Sei $t \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $A_t := \begin{pmatrix} 1 & 2 & t \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

Bestimmen Sie $M := \{t \in \mathbb{R} : A_t \text{ ist invertierbar}\}$. Bestimmen Sie A_t^{-1} für $t \in M$.