

Lösungsvorschläge ab 19.11.20

**Aufgabe 7: Vollständige Induktion**

Gegeben sei die rekursive Folge

$$x_{n+2} = 4x_{n+1} - 3x_n \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}, x_1 = 1, x_2 = 3.$$

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass  $x_n = 3^{n-1}$  gilt.

**Aufgabe 8: Summenwerte**

Berechnen Sie die folgenden Summenwerte

8.1  $\sum_{k=3}^5 k^2$

8.2  $\sum_{j=10}^{12} (j^2 - 14j + 49)$

8.3  $\sum_{k=1}^n (2k - 1)$

8.4  $\sum_{k=2}^{42} \frac{1}{k(1-k)}$

8.5  $\sum_{k=0}^{2020} \cos\left(\frac{\pi \cdot k}{2}\right)$

8.6  $\sum_{k=0}^{10} 2^k$

**Aufgabe 9: Binomialkoeffizient**

Zeigen Sie, dass gilt:

9.1  $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$

9.2  $\sum_{k=0}^m \binom{n+k}{k} = \binom{n+1+m}{n+1}$  für  $m \in \mathbb{N}$

**Aufgabe 10: Euklidischer Algorithmus**

Gegeben seien die Zahlen  $a = 714$  und  $b = 294$ .

10.1 Bestimmen Sie mit dem Euklidischen Algorithmus den  $\text{ggT}(a, b)$ .

10.2 Bestimmen Sie mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus die Zahlen  $s, t \in \mathbb{Z}$  mit  $\text{ggT}(a, b) = s \cdot a + t \cdot b$ .

**Aufgabe 11: Zahlssysteme**

Geben Sie die folgenden Zahlen in der Ziffernbasis 10 an

11.1  $101001_2$

11.2  $101001_4$

11.3  $12D_{16}$

Geben Sie die folgenden Zahlen in der Ziffernbasis 2 an

11.4  $61_{10}$

11.5  $101001_3$

11.6  $ADE_{16}$