

D. Merkt

Vortragsübung 3

WS 20/21 online

Lösungsvorschläge ab 19.11.20

Aufgabe 7: Vollständige Induktion

Gegeben sei die rekursive Folge

$$x_{n+2} = 4x_{n+1} - 3x_n \quad \text{mit } n \in \mathbb{N}, x_1 = 1, x_2 = 3.$$

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass $x_n = 3^{n-1}$ gilt.

Aufgabe 8: Summenwerte

Berechnen Sie die folgenden Summenwerte

8.1 $\sum_{k=3}^5 k^2$

8.2 $\sum_{j=10}^{12} (j^2 - 14j + 49)$

8.3 $\sum_{k=1}^n (2k - 1)$

8.4 $\sum_{k=2}^{42} \frac{1}{k(1-k)}$

8.5 $\sum_{k=0}^{2020} \cos\left(\frac{\pi \cdot k}{2}\right)$

8.6 $\sum_{k=0}^{10} 2^k$

Aufgabe 9: Binomialkoeffizient

Zeigen Sie, dass gilt:

9.1 $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$

9.2 $\sum_{k=0}^m \binom{n+k}{k} = \binom{n+1+m}{n+1}$ für $m \in \mathbb{N}$

Aufgabe 10: Euklidischer Algorithmus

Gegeben seien die Zahlen $a = 714$ und $b = 294$.

10.1 Bestimmen Sie mit dem Euklidischen Algorithmus den $\text{ggT}(a, b)$.

10.2 Bestimmen Sie mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus die Zahlen $s, t \in \mathbb{Z}$ mit $\text{ggT}(a, b) = s \cdot a + t \cdot b$.

Aufgabe 11: Zahlssysteme

Geben Sie die folgenden Zahlen in der Ziffernbasis 10 an

11.1 101001_2

11.2 101001_4

11.3 $12D_{16}$

Geben Sie die folgenden Zahlen in der Ziffernbasis 2 an

11.4 61_{10}

11.5 101001_3

11.6 ADE_{16}