

**Aufgabe 12:** *Rechnen mit Rest*

---

Geben Sie das jeweils kleinste  $n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$  an.

**12.1**  $7 \equiv_3 n$

**12.2**  $-7 \equiv_3 n$

**12.3**  $(1231 + 4008) \equiv_4 n$

Berechnen Sie

**12.4**  $[16]_{16} + [14]_{16}$

**12.5**  $[340 \cdot 114]_{16}$

**12.6**  $[340]_7 \cdot [114]_7$

Vereinfachen Sie

**12.7**  $[11^{363}]_{12}$

**12.8**  $[13^2]_{26}$

**12.9**  $[13^3]_{26}$

---

**Aufgabe 13:** *Gruppen / Monoide*

---

Untersuchen Sie, ob es sich bei den folgenden Mengen mit der jeweils angegebenen Verknüpfung um eine Gruppe handelt:

**13.1** Menge  $A = \{f, g, h, i\}$  der Abbildungen  $f, g, h, i: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $f(x, y) = (-x, -y)$ ,  $g(x, y) = (-x, y)$ ,  $h(x, y) = (x, -y)$  und  $i(x, y) = (x, y)$  und der Verkettung als Verknüpfung.

**13.2** Menge aller monotonen Funktionen  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit der Addition als Verknüpfung.

**13.3** Potenzmenge von  $M = \{4, 7\}$  mit dem Schnitt als Verknüpfung.

Wählen Sie in **3.** Teilmengen  $T \subseteq \text{Pot}(M)$ , so dass  $(T, \cap)$  eine Gruppe, ein Monoid (aber keine Gruppe) oder kein Monoid ist.

---

**Aufgabe 14:** *Körper*

---

Gegeben seien die algebraischen Strukturen  $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +, \cdot)$  und  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +, \cdot)$

**14.1** Stellen Sie jeweils Verknüpfungstabellen für die Addition und Multiplikation auf.

**14.2** Argumentieren Sie, dass  $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}, +, \cdot)$  ein Körper und  $(\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}, +, \cdot)$  keiner ist?