

WebEx-Meeting am 07.01.21

Aufgabe 25: *Basen*

Gegeben seien die sechs Vektoren $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6 \in \mathbb{R}^{5 \times 1}$

$$v_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_5 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

25.1 Bestimmen Sie $\dim(\langle v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6 \rangle)$.

25.2 Geben Sie zwei Basen B und B' von $\langle v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6 \rangle$ an.

Aufgabe 26: *Lineare Unabhängigkeit*

Gegeben sei ein K -Vektorraum V und zwei Vektoren $u, v \in V$, für die (u, v) linear unabhängig ist.

26.1 Zeigen Sie: Wenn V ein $K = \mathbb{R}$ -Vektorraum ist, dann ist $(u + v, u - v)$ linear unabhängig.

26.2 Gilt dies auch für einen $K = \mathbb{F}_8$ -Vektorraum,

26.3 bzw. für einen $K = \mathbb{F}_7$ -Vektorraum?

Aufgabe 27: *Unterräume*

Gegeben seien zwei Unterräume des $\mathbb{R}^{3 \times 1}$

$$U_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle \qquad U_2 = \left\langle \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Zeigen oder widerlegen Sie:

27.1 Der Durchschnitt der Unterräume, also $U_1 \cap U_2$, ist ein Unterraum.

27.2 Die Vereinigung der Unterräume, also $U_1 \cup U_2$, ist ein Unterraum.

27.3 Es gilt $U_1 + U_2 = \mathbb{R}^{3 \times 1}$.