

WebEx-Meeting am 21.01.21

Aufgabe 31: *Determinanten*

31.1 Berechnen Sie die Determinanten der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \gamma & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, \gamma \in \mathbb{R} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

Verwenden Sie dazu verschiedene Methoden. Sind die Matrizen invertierbar?

31.2 Bestimmen Sie die Determinanten von $D = (-12) \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ und $F = 5B$.

31.3 Ermitteln Sie die Determinanten von

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_3^{4 \times 4} \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 + \beta + \beta^2 \\ 1 & 1 & 1 + \beta^2 \\ 1 + \beta + \beta^2 & \beta & \beta^2 \end{pmatrix} \in \mathbb{F}_8^{3 \times 3}$$

Aufgabe 32: *Eigenwertproblem*

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -1 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

32.1 Geben Sie $\text{tr } A$ und $\det A$ an.

32.2 Geben Sie das charakteristische Polynom $\chi_A(X)$ an und diskutieren Sie den Zusammenhang mit Aufgabenteil 1.

32.3 Bestimmen Sie alle Eigenwerte und Eigenräume von A .