

WebEx-Meeting am 28.01.21

Aufgabe 33: *Eigenwertproblem über verschiedenen Körpern*

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \in K^{3 \times 3}.$$

Bestimmen Sie jeweils die Determinante, die Spur, und die Eigenwerte über dem entsprechenden Körper.

33.1 $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$

33.2 $A \in \mathbb{F}_3^{3 \times 3}$

33.3 $A \in \mathbb{F}_9^{3 \times 3}$

Zerfällt das charakteristische Polynom? Diagonalisieren Sie jeweils A , falls das möglich ist.

33.4 Geben Sie die Haupträume von

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$$

an

Aufgabe 34: *Direkte Summen*

Gegeben seien die Unterräumen U_1, U_2 und U_3 des $\mathbb{R}^{5 \times 1}$

$$U_1 = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} \right\rangle \quad U_2 = \left\langle \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} \right\rangle \quad U_3 = \left\langle \begin{pmatrix} -4 \\ 8 \\ 5 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 11 \\ 2 \\ -7 \\ -2 \end{pmatrix} \right\rangle$$

34.1 Bestimmen Sie die $\dim(U_1)$, $\dim(U_2)$ und $\dim(U_3)$.

34.2 Zeigen Sie, dass $U_1 + U_2 = U_1 \oplus U_2$, also eine direkte Summe, ist.

34.3 Zeigen Sie, dass $U_3 \subset U_1$ gilt.

34.4 Bestimmen Sie einen Unterraum W des $\mathbb{R}^{5 \times 1}$ so, dass $U_3 \oplus W = U_1$ gilt.