

Bsp für Bestimmung
von Lim mittels Grenzwertregeln

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x+\sqrt{x}} & \stackrel{\text{Kürzen von } x}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{\sqrt{x}}} \\
 & = \frac{1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}}{1 + \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{1}{1} = 1
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = ?$$

Wissen: $-1 \leq \sin(t) \leq +1$ stets.

Dann: $-x^2 \leq x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq x^2$ stets.

$$\text{Dabei: } \lim_{x \rightarrow 0} (-x^2) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$$

Sandwich
=>

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

Schematische:

$$\underbrace{-x^2}_{\rightarrow 0} \leq \underbrace{x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)}_{\rightarrow 0} \leq \underbrace{x^2}_{\rightarrow 0}$$

