<u>Bsp</u> für separierbare Differentialgleichung

$$y' = e^x e^{-y}$$

Gesucht sei die allgemeine Lösung:

$$y' = e^x e^{-y}$$

$$e^y y' = e^x$$

$$\int e^y y' \, dx = \int e^x \, dx$$

$$\int e^y y' \, dx = \int e^y \, dy = [e^y]$$

$$\int e^x \, dx = [e^x]$$

Also

$$e^y = e^x + c$$

für ein $c \in \mathbb{R}$.

Also:

$$y = \ln(e^x + c)$$

Definitionsbereich:

Es sollte $e^x + c > 0$ sein,

also
$$\begin{cases} x \in \mathbb{R} & \text{falls } c \geq 0 \\ x \in \left]\ln(-c), +\infty\right[ & \text{falls } c < 0 \end{cases}$$

Probe:

$$y = \ln(e^x + c)$$

$$y' = \frac{1}{e^x + c} \cdot e^x$$

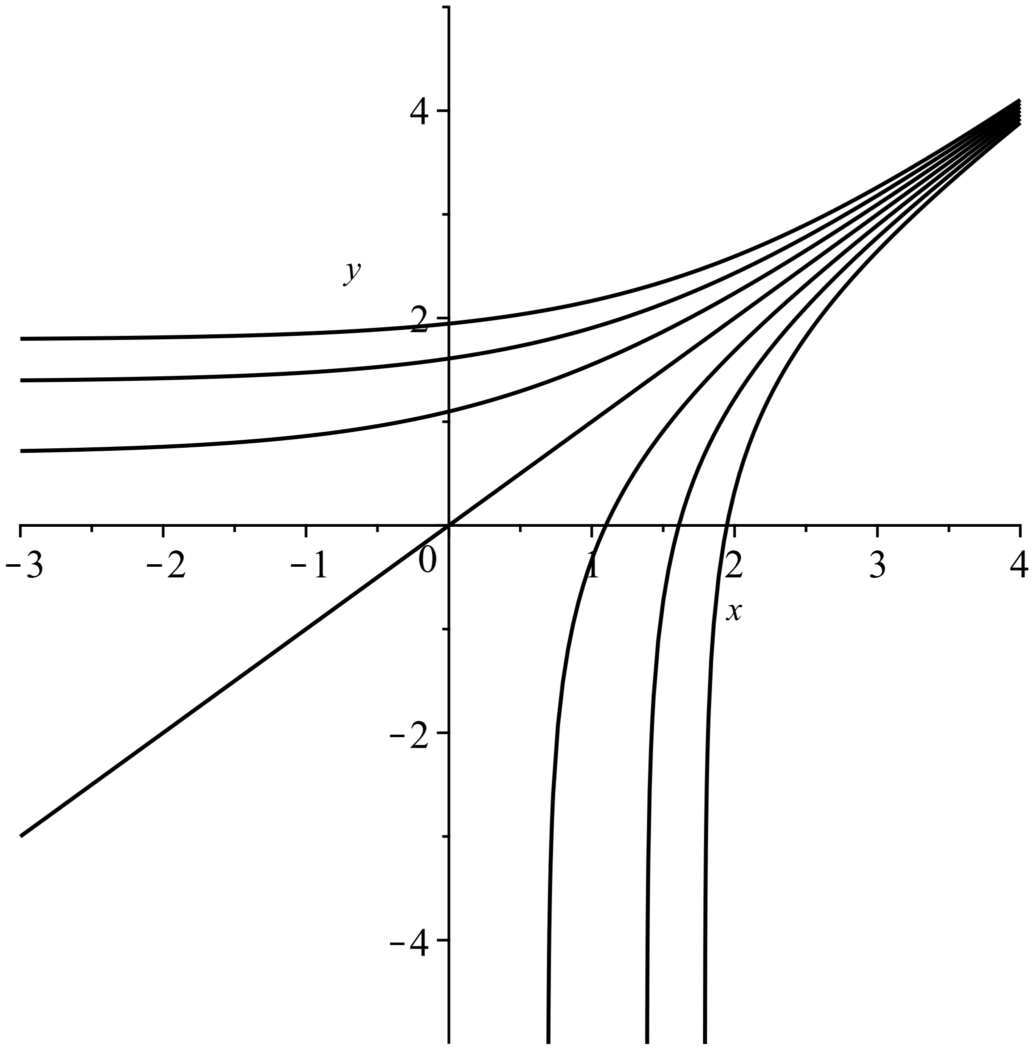
$$e^x \cdot e^{-y} = e^x \cdot e^{-\ln(e^x+c)}$$

$$= e^x \cdot (e^x + c)^{-1}$$

Wie gewünscht.

Nun schauen wir uns noch die Kurvenschar an, für $c \in \{-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6\}$

Alle Graphen in schwarz.



y
x
4
2
−2
−4
−3
−2
−1
0
1
2
3
4