

Aufgabe 5 (3 Punkte)

(a) Berechnen Sie: $\sum_{k=2}^{\infty} \ln\left(\frac{k}{k+1}\right) - \ln\left(\frac{k-1}{k}\right) =$

(b) Bestimmen Sie: $\limsup_{k \rightarrow \infty} \cos(\pi \cdot k) + 2 =$

Für welche $x \in \mathbb{R}_{>0}$ konvergiert die Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\cos(\pi \cdot k) + 2)^k}{x^k}$?

Aufgabe 6 (4 Punkte) Wir betrachten die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}: x \mapsto e^{i\pi(x^2-4)}$. Bestimmen Sie:

$f'(x) =$ $f''(x) =$

Geben Sie das Taylorpolynom der Stufe 2 von f zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ an.

$T_2(f, x, 1) =$ $+$ $(x - 1) +$ $(x - 1)^2$

Aufgabe 7 (3 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(a) $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \cos(x^2 + \pi) dx =$

(b) $\int e^{-2x} x dx =$

(c) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(2x)}{x^3} dx =$

Name,
Vorname:

Matrikel-
Nummer:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	Summe
Punkte	/4	/4	/3	/9	/3	/4	/3	/ 30

Mathematik 2 für msv

Scheinklausur

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift sind unerwünscht.
- Die Ergebnisse sind in die vorgesehenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (4 Punkte) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 2n^2 - 7n + 4}{1 - 2n + 3n^2 - 7n^3} =$

(b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{2x+1}{x^2+5}\right) =$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{x^2} =$

(d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n}(\sqrt{n} - \sqrt{n+3}) =$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die Koeffizienten der folgenden Partialbruchzerlegung.

$$\frac{2x+2}{x^2(x^2+1)} = \frac{\boxed{}}{x} + \frac{\boxed{}}{x^2} + \frac{\boxed{}}{x+i} + \frac{\boxed{}}{x-i}$$

(b) Berechnen Sie: $\int \frac{2x+2}{x^2(x^2+1)} dx =$

Aufgabe 3 (3 Punkte) Gegeben sei die Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2i)^k}{3^{k+1}} (z-i)^k$.

(a) Bestimmen Sie Entwicklungspunkt: $z_0 =$ und Konvergenzradius: $\rho =$

(b) Konvergiert die Potenzreihe in $z = 2i$? Begründen Sie ihre Antwort.

(c) Konvergiert die Potenzreihe in $z = -\frac{i}{2}$? Begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 4 (9 Punkte) Wir betrachten die Funktionen $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y, z) \mapsto 4xyz + \frac{1}{3}x^3$ und $g: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}: (x, y, z) \mapsto x^2 + (y+z)^2 - 8$.

(a) Bestimmen Sie:

$$\nabla_f(x, y, z) =$$

$$\nabla_g(x, y, z) =$$

(b) Sei F die Menge der Flachstellen von f unter Nebenbedingung $g = 0$.

Bestimmen Sie die Menge $\{(x, y, z) \in F : z = 0\}$:

(c) Es ist $(2, 1, 1)$ eine Flachstelle von f unter Nebenbedingung $g = 0$ mit

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 8 \\ 8 \end{pmatrix} = \nabla_f(2, 1, 1) = 2 \cdot \nabla_g(2, 1, 1) = 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine Matrix U ,
in deren Spalten eine Basis von
 $\{u \in \mathbb{R}^{3 \times 1} : (444)u = 0\}$ steht:

$$U =$$

Bestimmen Sie die Hessematrix von f :

$$H_f(x, y, z) =$$

Sei $H := H_f(2, 1, 1) - 2 \cdot H_g(2, 1, 1)$. Bestimmen Sie:

$$H =$$

$$U^t \cdot H \cdot U =$$

Handelt es sich bei $(2, 1, 1)$ um eine Sattelstelle, eine lokale Minimalstelle oder eine lokale Maximalstelle unter Nebenbedingung $g = 0$?