Mathematik 2 für inf, swt, msv

Blatt 15

Platzaufgaben

Platzaufgabe 51 Gegeben ist die Folge $(a_k)_{k\geqslant 0} := (\sin(\frac{k\pi}{3}))_{k\geqslant 0}$.

(a) Ist die Teilfolge $(a_{6n+2})_{n\geqslant 0}$ konvergent?

(b) Bestimmen Sie weitere konvergente Teilfolgen der Folge $(a_k)_{k\geqslant 0}$.

(c) Bestimmen Sie alle Häufungspunkte der Folge $(a_k)_{k\geqslant 0}$.

(d) Bestimmen Sie $\limsup_{k\to\infty} a_k$. Existiert $\lim_{k\to\infty} a_k$?

Platzaufgabe 52 Entscheiden Sie jeweils, ob die Reihe konvergiert. Bestimmen Sie in diesem Fall den Wert der Reihe.

(a) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2^k}$

(b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{4\cdot 3^k - 5\cdot 2^k}{6^k}$

(c) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{7^{k+1}}{4^k}$

(d) $\displaystyle\sum_{k=3}^{\infty} \frac{2}{3^k}$

Platzaufgabe 53

(a) Sei $n \in \mathbb{Z}_{\geqslant 1}$. Bestimmen Sie die Teleskopsumme $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k-1}{k!}$.

(b) Berechnen Sie $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-1}{k!}$.

Platzaufgabe 54 Wir betrachten die Reihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{5^k}$.

(a) Zeigen Sie mit Hilfe des Leibniz-Kriteriums, dass die Reihe konvergiert.

(b) Entscheiden Sie, ob die Reihe absolut konvergent ist.

(c) Bestimmen Sie den Wert der Reihe.

Mathematik 2 für inf, swt, msv

Blatt 15

Hausaufgaben

Hausaufgabe 57 Gegeben ist die Folge

$$(a_k)_{k\geqslant 1} := \left(\frac{\cos(\frac{k\pi}{2})\cdot k + 3}{2k}\right)_{k\geqslant 1} .$$

(a) Bestimmen Sie alle Häufungspunkte der Folge $(a_k)_{k\geqslant 1}$ unter Verwendung konvergenter Teilfolgen.

(b) Bestimmen Sie den Limes superior $\limsup_{k\to\infty} a_k$.

Hausaufgabe 58

(a) Bestimmen Sie den Wert der Reihe $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty}(-1)^k\frac{3}{4^k}$.

(b) Bestimmen Sie den Wert der Reihe $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{5^{2k-1}}$.

(c) Bestimmen Sie alle $a\in\mathbb{R}$ so, dass die Reihe $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(a+1)^k}{2^k}$ konvergiert.

Geben Sie in diesem Fall den Wert der Reihe an, in Abhängigkeit von a.

Hausaufgabe 59

(a) Bestimmen Sie $\displaystyle\sum_{k=2}^{n}(k+1)^{-1/2}-k^{-1/2}$ für $n\geqslant 2$. Berechnen Sie $\displaystyle\sum_{k=2}^{\infty}(k+1)^{-1/2}-k^{-1/2}$.

(b) Bestimmen Sie $\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\frac{6k-2(k+1)}{3^{k+1}}$ für $n\geqslant 0$. Berechnen Sie $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}\frac{6k-2(k+1)}{3^{k+1}}$.

Hausaufgabe 60 Entscheiden Sie, welche der folgenden Reihen konvergent ist. Welche der Reihen ist absolut konvergent?

(a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k\frac{2}{\sqrt{k}}$

(b) $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{k+3}{2k+5}$