

Blatt 20

Platzaufgaben

Platzaufgabe 71 Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(a)
$$\int \frac{1}{x^2 + x} dx$$

(b)
$$\int \frac{20}{(x^2 + 4)(x + 1)} dx$$

Platzaufgabe 72

Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale. Skizzieren Sie auch die berechneten Flächen.

(a)
$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx$$

(b)
$$\int_0^1 \frac{1}{x-1} dx$$

Welche der Integrationsgrenzen ist uneigentlich?

Platzaufgabe 73

(a) Berechnen Sie das unbestimmte Integral $\int \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

(b) Berechnen Sie das uneigentliche Integral $\int_1^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

(c) Ist $\frac{d}{dx} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} < 0$ für $x \in [1, +\infty[$?

(d) Konvergiert die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{k}}}{\sqrt{k}}$?

Platzaufgabe 74 Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y) \mapsto f(x, y) := e^{x^2 + y^2 - xy}$.

(a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $f_x(x, y)$ und $f_y(x, y)$.

Bestimmen Sie den Gradienten $\nabla_f(x, y)$.

(b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $f_{xx}(x, y)$, $f_{yy}(x, y)$ und $f_{xy}(x, y)$.

Bestimmen Sie die Hessematrix $H_f(x, y)$.

Mathematik 2 für inf, swt, msv

Blatt 20

Hausaufgaben

Hausaufgabe 77 Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(a)
$$\int_0^4 \frac{16(x^2 + 5)}{(x^2 + 4)^2} dx$$

(b)
$$\int_0^3 \frac{6x^3 - x^2 - 2x + 15}{2(x^2 + 9)(x + 1)^2} dx$$

Hausaufgabe 78

Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale. Skizzieren Sie auch die berechneten Flächen.

(a)
$$\int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx$$

Welche der Integrationsgrenzen ist uneigentlich?

(b)
$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 9} dx$$

Verwenden Sie hierzu $\lim_{t \rightarrow +\infty} \arctan(t) = \frac{\pi}{2}$.**Hausaufgabe 79**

(a) Berechnen Sie das uneigentliche Integral $\int_2^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$.

Für welche $x \in \mathbb{R}_{>0}$ ist $\frac{d}{dx} \frac{\ln(x)}{x^2} < 0$?Konvergiert die Reihe $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\ln(k)}{k^2}$?

(b) Konvergiert das uneigentliche Integral $\int_2^{+\infty} \frac{\sin(x)}{x^2} dx$?

Hausaufgabe 80 Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) := \sin(xy) \sin(z).$$

(a) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla f(x, y, z)$.(b) Berechnen Sie die Hessematrix $H_f(x, y, z)$.