

Lösungsvorschläge ab 29.04.20

Aufgabe 47: *Stetigkeit/Unstetigkeit*

Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \begin{cases} 2x^2 + 1 & x > 1 \\ x + 2 & x \leq 1 \end{cases}$$

47.1 Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f und zeigen Sie die Stetigkeit mithilfe der Definition des Grenzwertes.

Eine weitere Funktion sei gegeben durch

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \begin{cases} 5x^2 & x > 1 \\ x + 2 & x \leq 1 \end{cases}$$

47.2 Skizzieren Sie den Graphen von g und zeigen Sie die Unstetigkeit mithilfe der Definition des Grenzwertes.

Aufgabe 48: *Folngengrenzwerte / Häufungspunkte*

Bestimmen Sie alle Häufungspunkte und $\limsup_{n \rightarrow \infty}$ der gegebenen Folgen ($n \in \mathbb{Z}_{>0}$). Falls der Grenzwert existiert, dann geben Sie diesen an.

48.1 $a_n = \frac{2n + 3 - 2n^2}{2n + 3n^2 + 2}$

48.2 $b_n = \frac{n - 1}{\sqrt{n^2 + 1} + n}$

48.3 $c_n = \cos(2 + \pi n)$

48.4 $d_n = (-1)^n \sin\left(\frac{\pi}{2}n\right)$

48.5 $e_n = \frac{2^{n+1} + 2}{2^n + 2^{n+1}}$

48.6 $f_n = \frac{2^{n+1} + 2}{3^n + 2^{n+1}}$

Aufgabe 49: *Teleskopsumme / geometrische Summe*

Berechnen Sie den Summenwert von

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}.$$

Werten Sie dazu zuerst den Ausdruck „ $(2 - 1) \sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k}$ “ aus. Geben Sie den Summenwert auch explizit für $n = 10$ an und bestimmen Sie den Reihenwert für $n \rightarrow \infty$.