

Lösungsvorschläge ab 20.05.20

Aufgabe 57: *Restglied nach Lagrange / Taylorreihe*

Gegeben sei die Funktion $f: D = \mathbb{R} \setminus \{-3\} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \frac{2-x}{3+x}$

57.1 Bestimmen Sie die n -te Ableitung $f^{(n)}(x)$.

57.2 Geben Sie die Taylorreihe $T_\infty(f, x, 0)$ an.

57.3 Zeigen Sie, dass $f(x) = T_\infty(f, x, 0)$ für $-3 < x < 3$ gilt. Führen Sie auch eine Konvergenzuntersuchung über das Restglied aus.

Aufgabe 58: *Nochmals Reihen*

Zeigen Sie die Konvergenz der Reihen und berechnen den Grenzwert von **3**.

$$58.1 \quad \sum_{k=7}^{\infty} \left(\frac{3-4i}{-1-5i} \right)^k \qquad 58.2 \quad \sum_{k=2}^{\infty} i^{k+1} \left(\frac{2-i}{k^2} \right)^k \qquad 58.3 \quad \sum_{k=4}^{\infty} \left(\frac{3}{5} \right)^k - i \left(\frac{4}{5} \right)^k$$

Für welche $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Reihen konvergent?

$$58.4 \quad \sum_{n=0}^{\infty} e^{n(x+1)} \qquad 58.5 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2+x^2} \right)^n \qquad 58.6 \quad \sum_{n=1}^{\infty} (x+n)^2$$

Aufgabe 59: *Entwicklungspunkt / Konvergenzradius*

Bestimmen Sie den Entwicklungspunkt und den Konvergenzradius für die Potenzreihen ($z \in \mathbb{C}$)

$$59.1 \quad \sum_{n=42}^{\infty} \frac{1}{(3n+5)^4} (z+2)^n \qquad 59.2 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+(-1)^n)^n}{n} (3z)^n \qquad 59.3 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{2n+1} z^{2n}$$

Aufgabe 60: *Potenzreihen*

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-nx)^n \left(\frac{1}{n} \right)^{n+1}$$

konvergiert.