

Aufgabe 61: *Ableitung der Umkehrfunktion*

Es seien $D, W \subseteq \mathbb{R}$. Geben Sie für die folgenden Funktionen $f: D \rightarrow W$ einen maximal möglichen Definitionsbereich D und einen Wertebereich W so an, dass f bijektiv ist. Die Umkehrfunktion sei dann $g(x)$. Bestimmen Sie die Ableitung $f'(x)$ und die Ableitung der Umkehrfunktion $g'(x)$.

61.1 $f(x) = x^5 + 1$

61.2 $f(x) = \exp(-x^2)$

Aufgabe 62: *Unter- und Obersumme*

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto 16 - x^4$.

62.1 Zeigen Sie, dass $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ für $x_1, x_2 \in [-2, 0]$ gilt.

62.2 Berechnen Sie das Integral $\int_{-2}^0 f(x) dx$.

Bestimmen Sie jeweils die Unter- und Obersumme für die Unterteilungen von $[-2, 0]$

62.3 $\underline{x}_1 = (-2, -1, 0)$

62.4 $\underline{x}_2 = (-2, -\frac{8}{5}, 0)$

62.5 $\underline{x}_3 = (-2, -\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, 0)$

Aufgabe 63: *Stammfunktion*

Gegeben sei

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \begin{cases} x + 1 & \text{für } x < 0 \\ \cos(x) - 4 \sin(x) & \text{für } x \geq 0 \end{cases}$$

63.1 Ist f stetig?

63.2 Geben Sie eine Stammfunktion an.