Aufgabe 6 (3 Punkte) Bestimmen Sie die folgenden Integrale.

(a) $\displaystyle\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x =$

(b) $\displaystyle\int \frac{x^2\cdot \mathrm{e}^{-\sqrt{x^3-1}}}{\sqrt{x^3-1}}\,\mathrm{d}x =$

(c) $\displaystyle\int_2^\infty \frac{x^2\cdot \mathrm{e}^{-\sqrt{x^3-1}}}{\sqrt{x^3-1}}\,\mathrm{d}x =$

Aufgabe 7 (3 Punkte)

(a) Sei $s \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Wir betrachten die Reihe $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2-s)^k}{3^k}$.

Für welche $s \in \mathbb{R}$ konvergiert die Reihe?

Bestimmen Sie den Wert der Reihe für $s = 4$:

(b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty}(4-3\mathrm{i})^k(2z+1)^k$:

Aufgabe 8 (2 Punkte) Sei $D := \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Sei $f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := \dfrac{5}{(x-1)^2}$.

(a) Bestimmen Sie: Für $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ ist $f^{-1}(\mathrm{U}_\varepsilon(+\infty)) =$.

(b) Zeigen Sie $\lim_{x\to 1} f(x) = +\infty$ unter Verwendung von ε und δ.

Name, Vorname:

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	Summe
Punkte	/2	/3	/3	/5	/9	/3	/3	/2	/ 30

Mathematik 2 für msv

Scheinklausur

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift sind unerwünscht.
- Die Ergebnisse sind in die vorgesehenen Kästen einzutragen.
  Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (2 Punkte) Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a) $\displaystyle\lim_{x\to 4} \frac{3-\sqrt{x^2-7}}{x-4} =$

(b) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{\ln(x^3-7)}{x-2} =$

Aufgabe 2 (3 Punkte)

(a) Finden Sie $a, b \in \mathbb{R}$ mit $\cos(2x)^3 = a\cdot\cos(2x)+b\cdot\cos(6x)$ für $x \in \mathbb{R}$: $a =$ $b =$

(b) Berechnen Sie: $\displaystyle\ln\left(\sum_{k=0}^{\infty}\frac{5^k}{k!\cdot 2^{2k}}\right) =$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

(a) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung.

$$\frac{x^2+2}{x(x+1)^3} = \boxed{}$$

(b) Berechnen Sie: $\int \frac{x^2+2}{x(x+1)^3}\,dx = \boxed{}$

Aufgabe 4 (5 Punkte) Sei $f : \mathbb{R}_{>-1} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := \frac{2x}{\sqrt{x+1}}$.

(a) Bestimmen Sie die folgenden Ableitungen.

$f'(x) = \boxed{}$ $f''(x) = \boxed{}$

(b) Bestimmen Sie das folgende Taylorpolynom.

$$\mathrm{T}_1(f, x, 1) = \boxed{}$$

(b) Bestimmen Sie das folgende Restglied nach Lagrange. Hierbei sei $\vartheta \in [0, 1]$.

$$\mathrm{R}_1(f, x, 1, \vartheta) = \boxed{}$$

Scheinklausur Mathematik 2 für msv 10.07.2021

Aufgabe 5 (9 Punkte) Sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} : (x, y, z) \mapsto x^2y + y^2x + (x-2)(z-1)^2$.

(a) Bestimmen Sie:

$\nabla_f(x, y, z) = \boxed{}$ $\mathrm{H}_f(x, y, z) = \boxed{}$

(b) Bestimmen Sie alle Flachstellen von f.

$\boxed{}$

(c) Handelt es sich bei $(2, -1, 1+\sqrt{3})$ um eine Sattelstelle, eine lokale Minimalstelle oder eine lokale Maximalstelle von f?

$\boxed{}$

(d) Sei $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} : (x, y, z) \mapsto xy - (z-1)^2 - 4$. Es ist $(2, 2, 1)$ eine Flachstelle von f unter Nebenbedingung $g = 0$ mit $\begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 0 \end{pmatrix} = \nabla_f(2, 2, 1) = 6 \cdot \nabla_g(2, 2, 1) = 6 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie eine Matrix U, in deren Spalten eine Basis von $\{\, u \in \mathbb{R}^{3\times 1} \,:\, (2\;2\;0)\, u = 0 \,\}$ steht. Bestimmen Sie die Hessematrix von g.

$U = \boxed{}$ $\mathrm{H}_g(x, y, z) = \boxed{}$

Sei $H := \mathrm{H}_f(2, 2, 1) - 6 \cdot \mathrm{H}_g(2, 2, 1)$. Bestimmen Sie:

$$U^{\mathrm{t}} \cdot H \cdot U = \boxed{}$$

Handelt es sich bei $(2, 2, 1)$ um eine Sattelstelle, eine lokale Minimalstelle oder eine lokale Maximalstelle von f unter Nebenbedingung $g = 0$?

$\boxed{}$