

## Mathematik 2 für Informatiker

**Blatt 13**

## Platzaufgaben

**Platzaufgabe 44** Skizzieren Sie folgende Teilmengen der Zahlengeraden  $\mathbb{R}$ .

- (a)  $A := U_3(0)$
- (b)  $B := U_1(+\infty)$
- (c)  $C := U_4(-\infty)$
- (d)  $D := \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$
- (e)  $E := A \cap D$

**Platzaufgabe 45** Sei  $f : ]2, +\infty[ \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := \frac{3}{x-2}$  gegeben.

- (a) Skizzieren Sie den Graphen von  $f$ .
- (b) Bestimmen Sie  $f^{-1}(U_\varepsilon(0))$  für  $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ .
- (c) Zeigen Sie  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  unter Verwendung von  $\varepsilon$  und  $\delta$ .

**Platzaufgabe 46** Sei

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{falls } x = 0 \\ 0 & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} . \end{cases}$$

- (a) Skizzieren Sie den Graphen von  $f$ .
- (b) Begründen Sie die Unstetigkeit von  $f$  an der Stelle  $x_0 = 0$  unter Verwendung von  $\varepsilon$  und  $\delta$ .

**Platzaufgabe 47** Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

- (a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{7x^2 - 3x + 12}$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{-2x^2 + \sin(x)}$

## Mathematik 2 für Informatiker

**Blatt 13**

## Hausaufgaben

Abgabe bis Mo 03.05.21 um 11:00 Uhr im Ilias.

**Hausaufgabe 49** Sei  $f : \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := -\frac{3}{(x-2)^4}$  gegeben.

- Skizzieren Sie den Graphen von  $f$ .
- Bestimmen Sie  $f^{-1}(U_\varepsilon(-\infty))$  für  $\varepsilon \in \mathbb{R}_{>0}$ .
- Zeigen Sie  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$  unter Verwendung von  $\varepsilon$  und  $\delta$ .  
Entscheiden Sie, ob  $f$  bei  $x_0 = 2$  konvergent, transvergent oder divergent ist.

**Hausaufgabe 50**Konstruieren Sie eine Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit folgenden Eigenschaften (1, 2, 3).

- Es ist  $f$  nicht stetig an der Stelle  $x_0 = 1$ , aber stetig an allen anderen Stellen.  
Die Unstetigkeit an der Stelle  $x_0 = 1$  soll hierbei mittels  $\varepsilon$  und  $\delta$  begründet werden.
- Es ist  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .
- Es ist  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ .

Skizzieren Sie den Graphen von  $f$ .

*Hinweis:* Zur Definition von  $f$  darf eine Fallunterscheidung verwendet werden, um sich eine bereichsweise Definition zu ermöglichen.

**Hausaufgabe 51**Gegeben seien Parameter  $a, b \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ . Wir betrachten die Funktion

$$f : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := ax - \sqrt{x^2 + bx}.$$

- Bestimmen Sie  $\Phi_{a,b} := \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- Skizzieren Sie die Menge  $\{(a, b) \in \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0} : \Phi_{a,b} < -1\} \subseteq \mathbb{R}^2$ .

**Hausaufgabe 52** Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

$$(a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 - 12x + 3}{3x^2 + x - 5}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sin\left(\frac{\pi x^2 + 12x - 2\pi}{-3x + 2\pi + 3x^2}\right)$$

Markieren Sie dabei in Ihrer Rechnung die Stelle, an welcher Sie die Stetigkeit der Sinusfunktion benötigen.

$$(c) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(1 + \sqrt{x})}{\sqrt{x}}$$