

Mathematik 2 für Informatiker

Blatt 15

Platzaufgaben

Platzaufgabe 52 Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := x^2$.

- (a) Bestimmen Sie $f'(1)$ unter direkter Verwendung der Definition der Ableitung.
- (b) Bestimmen Sie $f'(x)$ und $f'(1)$ unter Verwendung von Ableitungsregeln. Vergleichen Sie mit dem Ergebnis aus (a).

Platzaufgabe 53 Bestimmen Sie die folgenden Ableitungen.

- (a) $\frac{d}{dx} x^2 \sin(x)$
- (b) $\frac{d}{dx} \frac{x^2 - 1}{\sin(x)}$
- (c) $\frac{d}{dx} \sin(2x^2 - 1)$
- (d) $\frac{d}{dx} \frac{d}{dx} \tan(x)$

Platzaufgabe 54 Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Grenzwertregel nach l'Hôpital.

- (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x} - 2}{x - 1}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\tan(2x)}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \sin(1/x)$

Platzaufgabe 55 Sei $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := \frac{1}{x^2}$.

- (a) Bestimmen Sie $f^{(n)}(x)$ für $n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ unter Verwendung einer Induktion.
- (b) Bestimmen Sie die Taylorpolynome $T_1(f, x, -1)$ und $T_2(f, x, -1)$.
- (c) Skizzieren Sie die Graphen von $f(x)$, $T_1(f, x, -1)$ und $T_2(f, x, -1)$ in eine gemeinsame Zeichnung.

Mathematik 2 für Informatiker

Blatt 15

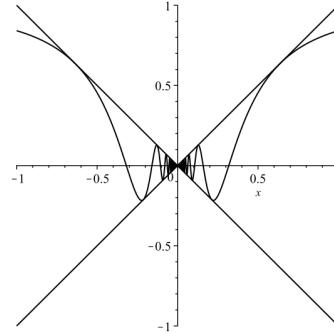
Hausaufgaben

Abgabe bis Mo 17.05.21 um 11:00 Uhr im Ilias.

Hausaufgabe 57 Sei

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \begin{cases} x \sin(1/x) & \text{falls } x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ 0 & \text{falls } x = 0. \end{cases}$$

Ihr Graph ist rechts abgebildet.

(a) Bestimmen Sie die Ableitung $f'(x)$ für $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.(b) Sei $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} : h \mapsto g(h) := \sin(1/h)$.Finden Sie Folgen $(a_n)_{n \geq 0}$ und $(b_n)_{n \geq 0}$ mit folgenden Eigenschaften (1, 2).

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} g(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow \infty} g(b_n)$

Untersuchen Sie, ob $\lim_{h \rightarrow 0} g(h)$ existiert.*Hinweis:* Hierzu kann die zweite Bemerkung in §4.3 verwendet werden.(c) Ist f in 0 differenzierbar? Untersuchen Sie dies direkt mit der Definition der Ableitung.**Hausaufgabe 58** Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x)$ gegeben.Bestimmen Sie die Ableitung $f'(x)$ und die zweite Ableitung $f''(x)$.

(a) $f(x) = \cos(\sqrt{x^2 + 1})$

(b) $f(x) = \frac{\cos(x)}{x^2 + 1}$

Hausaufgabe 59 Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte.

(a) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x^2 - 7} - 5}{x - 4}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x^2)}{\sin(x^4)}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (x - \frac{\pi}{2}) \cdot \tan(x)$

Hausaufgabe 60 Sei $f : \mathbb{R}_{>-\frac{1}{2}} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$.(a) Bestimmen Sie $f^{(n)}(x)$ für $n \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ unter Verwendung einer Induktion.(b) Bestimmen Sie die Taylorpolynome $T_1(f, x, 0)$ und $T_2(f, x, 0)$.(c) Skizzieren Sie die Graphen von $f(x)$, $T_1(f, x, 0)$ und $T_2(f, x, 0)$ in eine gemeinsame Zeichnung.