Mathematik 2 für Informatiker

Blatt 19

Platzaufgaben

Platzaufgabe 66 Berechnen Sie die folgenden Integrale.

(a) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2+x}\,\mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int \frac{x+2}{x^2+4}\,\mathrm{d}x$

Welche Formeln können beim Integrieren helfen?

Platzaufgabe 67

Berechnen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale. Skizzieren Sie auch die berechneten Flächen.

(a) $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3}\,\mathrm{d}x$

(b) $\displaystyle\int_0^{2} \frac{1}{x-2}\,\mathrm{d}x$

Welche der Integrationsgrenzen ist uneigentlich?

Platzaufgabe 68

(a) Berechnen Sie das unbestimmte Integral $\displaystyle\int \frac{\mathrm{e}^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$.

(b) Berechnen Sie das uneigentliche Integral $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\mathrm{e}^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$.

(c) Ist $\displaystyle\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{e}^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \leqslant 0$ für $x \in [1,+\infty[$?

(d) Konvergiert die Reihe $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{-\sqrt{k}}}{\sqrt{k}}$?

Platzaufgabe 69 Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} : (x,y) \mapsto f(x,y) := x^2 + y^3 - xy$.

(a) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $f_x(x,y)$ und $f_y(x,y)$.

Bestimmen Sie den Gradienten $\nabla_f(x,y)$.

(b) Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $f_{xx}(x,y)$, $f_{yy}(x,y)$ und $f_{xy}(x,y)$.

Bestimmen Sie die Hessematrix $\mathrm{H}_f(x,y)$.

Mathematik 2 für Informatiker

Blatt 19

Hausaufgaben

Abgabe bis Mo 21.06.21 um 11:00 Uhr im Ilias.

Hausaufgabe 73 Berechnen Sie das folgende Integral.

$$\int_2^3 \frac{8(x^2+5)}{(x^2-2x+5)(x-1)^2}\,\mathrm{d}x$$

Hausaufgabe 74

(a) Berechnen Sie das Integral $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{x^2+2x+2}{x^3(x+1)}\,\mathrm{d}x$.

(b) Ist $\displaystyle\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\frac{x^2+2x+2}{x^3(x+1)} \leqslant 0$ für $x \in [1,+\infty[$?

(c) Konvergiert die Reihe $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2+2k+2}{k^3(k+1)}$?

Hausaufgabe 75

(a) Sei $t \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Berechnen Sie $\displaystyle\int_1^{+\infty} x\mathrm{e}^{-tx^2}\,\mathrm{d}x$.

(b) Untersuchen Sie die Reihe $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} k\mathrm{e}^{-2k^2}$ auf Konvergenz.

(c) Untersuchen Sie das Integral $\displaystyle\int_1^{+\infty} \cos(\ln(x))\exp(-x)\,\mathrm{d}x$ auf Konvergenz.

Hausaufgabe 76 Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} : (x,y,z) \mapsto f(x,y,z) := \mathrm{e}^{xz}\sin(y)\,.$$

(a) Berechnen Sie den Gradienten $\nabla_f(x,y,z)$.

(b) Berechnen Sie die Hessematrix $\mathrm{H}_f(x,y,z)$.

(c) Gegeben seien Funktionen $g,\,h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, für welche alle ersten und zweiten partiellen Ableitungen existieren.

Verifizieren Sie: Für $(x_1,x_2) \in \mathbb{R}^2$ ist

$$\nabla_{g+h}(x_1,x_2) \;=\; \nabla_g(x_1,x_2) + \nabla_h(x_1,x_2)$$

und

$$\mathrm{H}_{g+h}(x_1,x_2) \;=\; \mathrm{H}_g(x_1,x_2) + \mathrm{H}_h(x_1,x_2)\,.$$