

Mathematik 2 für Informatiker

Blatt 21

Platzaufgaben

Platzaufgabe 74

- (a) Seien $a, b \in \mathbb{R}$. Bestätigen Sie, dass

$$y(x) = a \sin(2x) + b \cos(2x)$$

auf \mathbb{R} eine Lösung der folgenden Differentialgleichung ist.

$$y'' + 4y = 0$$

- (b) Lösen Sie diese Differentialgleichung mit Anfangsbedingungen $y(\pi) = 2$ und $y'(\pi) = -1$.

Platzaufgabe 75 Wir betrachten die Differentialgleichung $y' = \frac{1}{2}y^2(x+1)$.

- (a) Skizzieren Sie das Richtungsfeld im Bereich $(x, y) \in [-3, 3] \times [-1, 3]$.
- (b) Lösen Sie diese separierbare Differentialgleichung nach Verfahren.
Gibt es dazuhin eine konstante Lösung?
- (c) Bestimmen Sie eine Lösung zur Anfangsbedingung $y(-1) = 1$.
Skizzieren Sie den Graphen dieser Lösung ins Richtungsfeld.
Wo hat der Graph dieser Lösung vertikale Asymptoten?

Platzaufgabe 76 Wir betrachten die Differentialgleichung $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x}$.

- (a) Substituieren Sie $y(x) = u(x) \cdot x$.
Lösen Sie die entstehende Differentialgleichung in $u = u(x)$.
- (b) Lösen Sie die ursprüngliche Differentialgleichung.
- (c) Lösen Sie die ursprüngliche Differentialgleichung mit Anfangsbedingung $y(1) = 1$.

Mathematik 2 für Informatiker

Blatt 21

Hausaufgaben

Abgabe bis Mo 05.07.21 um 11:00 Uhr im Ilias.

Hausaufgabe 81

- (a) Seien
- $a, b \in \mathbb{R}$
- . Bestätigen Sie, dass

$$y(x) = ae^{2\sqrt{x}} + be^{-2\sqrt{x}}$$

auf $\mathbb{R}_{>0}$ eine Lösung der folgenden Differentialgleichung ist.

$$y'' + \frac{y'}{2x} - \frac{y}{x} = 0$$

- (b) Lösen Sie diese Differentialgleichung mit Anfangsbedingungen $y(4) = 4$ und $y'(4) = 1$.
- (c) Bestimmen Sie eine Lösung dieser Differentialgleichung mit $y'(1) = e^2$ und $y(4) = 1$.

Hausaufgabe 82 Wir betrachten die Differentialgleichung $y' = \frac{1}{2}(x^2 - 2)(y - 1)$ für $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Skizzieren Sie das Richtungsfeld im Bereich $(x, y) \in [-2, 2] \times [-2, 2]$.
- (b) Bestimmen Sie alle Lösungen dieser Differentialgleichung.
- (c) Bestimmen Sie eine Lösung zur Anfangsbedingung $y(0) = 0$.
Skizzieren Sie den Graphen dieser Lösung ins Richtungsfeld.

Hausaufgabe 83

- (a) Lösen Sie die Differentialgleichung $y' = \frac{e^{-y^2}}{3y}$ mit Anfangsbedingung $y(1) = -1$.
- (b) Lösen Sie die Differentialgleichung $y' = y(y + 1)$ mit Anfangsbedingung $y(0) = 2$.
Gibt es auch eine Lösung mit $y(0) = 0$?

Hausaufgabe 84

- (a) Lösen Sie die Differentialgleichung $y' = \frac{y}{x} + e^{-2y/x}$ mit Anfangsbedingung $y(-1) = \sqrt{3}$.
- (b) Lösen Sie die Differentialgleichung $y' = \frac{x^2 + y^2}{xy}$ mit Anfangsbedingung $y(e) = -3e$.