



WebEx-Meeting am 31.05.21

Aufgabe 51: *Exponentialfunktion*

Verwenden Sie für die folgenden Aufgabenteile Potenzreihenentwicklungen.

51.1 Berechnen Sie den Funktionsgrenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(x) - 1}{x}$.

51.2 Bestimmen Sie die 1. Ableitung von $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \cos(x)$.

51.3 Wie lautet der Grenzwert der Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} 9^n \frac{4n(-1)^n}{(2n)!} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2n}$?

Verwenden Sie ab jetzt die Formel von Moivre

51.4 Leiten Sie das Additionstheorem $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$ her.

51.5 Skizzieren Sie $z_1 = \exp(1+i)$, $z_2 = \bar{z}_1$ und $z_3 = \cos(i)$ in der Gaußschen Zahlenebene.

Aufgabe 52: *Ableitung der Umkehrfunktion*

Es seien $D, W \subseteq \mathbb{R}$. Geben Sie für die Funktionen $f: D \rightarrow W: x \mapsto x^5 + 1$ einen maximal möglichen Definitionsbereich D und einen Zielbereich W so an, dass f bijektiv ist. Die Umkehrfunktion sei dann $g: W \rightarrow D$. Bestimmen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion $g'(x)$

52.1 indem Sie explizit die Umkehrfunktion berechnen

52.2 unter Verwendung von $f'(x)$ (Lemma aus 4.6.11 im Skript).

Aufgabe 53: *Unter- und Obersumme*

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto 16 - x^4$.

53.1 Zeigen Sie, dass $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ für $x_1, x_2 \in [-2, 0]$ gilt.

Bestimmen Sie jeweils die Unter- und Obersumme für die Unterteilungen von $[-2, 0]$

53.2 $\underline{x}_1 = (-2, -1, 0)$

53.3 $\underline{x}_2 = (-2, -\frac{8}{5}, 0)$

53.4 $\underline{x}_3 = (-2, -\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}, 0)$

53.5 Schätzen Sie den Wert des Integrals $\int_{-2}^0 f(x) dx$ nach oben und unten ab.