

Name,
Vorname:Matrikel-
Nummer:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	Summe	Note
Punkte	/5	/2	/3	/4	/8	/2	/3	/3	/ 30	

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Scheinklausur

Beachten Sie die folgenden **Hinweise**:

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausorraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift sind unerwünscht.
- Die **Ergebnisse** sind in fertiggerechneter Form in die vorgesehenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (5 Punkte) Sei $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 4 & -5 \\ 2 & 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

(a) Formen Sie A in Zeilenstufenform um.

Zeilenstufenform:

(b) Bestimmen Sie eine Basis von $U = \{x \in \mathbb{R}^{4 \times 1} : Ax = 0\}$ und die Dimension von U .

Basis:

 $\dim(U) =$

Aufgabe 2 (2 Punkte) Sei $f : \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) = \sqrt{x}$.

- (a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_1(x)$ von $f(x)$ um $x_0 = 1$ von Ordnung 1.

$$T_1(x) = \boxed{\phantom{\int x e^{2x} dx}}$$

- (b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_2(x)$ von $f(x)$ um $x_0 = 1$ von Ordnung 2.

$$T_2(x) = \boxed{\phantom{\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2} dx}}$$

Aufgabe 3 (3 Punkte) Berechnen Sie:

(a) $\int x e^{2x} dx = \left[\boxed{\phantom{\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2} dx}} \right]$

(b) $\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)^2} dx = \left[\boxed{\phantom{\int x e^{2x} dx}} \right]$

Aufgabe 4 (4 Punkte) Sei $f : \mathbb{R}_{>-2} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := \frac{-x}{(x+2)(x+3)}$.

- (a) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von $f(x)$:

$$f(x) = \boxed{}$$

(b) Berechnen Sie: $\int f(x) dx = \left[\boxed{\phantom{\int_{-1}^0 f(x) dx}} \right]$

(c) Berechnen Sie: $\int_{-1}^0 f(x) dx = \boxed{\phantom{\int_{-1}^0 f(x) dx}}$

Aufgabe 5 (8 Punkte) Seien

$$f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y, z) \mapsto f(x, y, z) := 3x^2 - 2xyz$$

$$g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R} : (x, y, z) \mapsto g(x, y, z) := -x + y + 2z - 3.$$

Es soll untersucht werden, ob $(1, 2, 1)$ eine lokale Extremstelle von f unter Nebenbedingung $g = 0$ ist.

(a) Berechnen Sie die Gradienten von f und g .

$$\nabla_f(x, y, z) =$$

$$\nabla_g(x, y, z) =$$

(b) Bestimmen Sie $\rho \in \mathbb{R}$ so, dass $\nabla_f(1, 2, 1) = \nabla_g(1, 2, 1) \cdot \rho$ ist: $\rho =$

(c) Bestimmen Sie die Hessematrix $H_f(x, y, z)$ und dann die Matrix $H := H_f(1, 2, 1) - \rho \cdot H_g(1, 2, 1)$.

$$H_f(x, y, z) =$$

$$H =$$

(d) Sei $N = N(1, 2, 1) = \nabla_g(1, 2, 1) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$. Sei U eine Matrix, deren Spaltenvektoren eine Basis von $\{u \in \mathbb{R}^{3 \times 1} : N^t u = 0\}$ ist. Man berechne U und $U^t H U$.

$$U =$$

$$U^t H U =$$

(e) Auf die Stelle $(1, 2, 1)$ treffen welche der folgenden Charakterisierungen unter Nebenbedingung $g = 0$ zu? Tragen Sie an **jeder** Stelle der folgenden Tabelle **„ja“** oder **„nein“** ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelstelle
$(1, 2, 1)$				

Aufgabe 6 (2 Punkte) Sei $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := 10 \cdot 0,82^x$.

(a) Bestimmen Sie die Ableitung $f'(x) =$

(b) Bestimmen Sie die Elastizität $E_f(x) =$

Aufgabe 7 (3 Punkte) Sei $s \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $A_s = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & s \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$.

(a) Berechnen Sie: $\det(A_s) =$

(b) Berechnen Sie: $\det(2A_s^2) =$

(c) Für welche $s \in \mathbb{R}$ ist A_s invertierbar? Antwort:

Aufgabe 8 (3 Punkte) Seien $(t_1, t_2) = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ und $(u_1, u_2) = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$.

Es ist (t_1, t_2) eine Basis von $T := \langle t_1, t_2 \rangle$ und (u_1, u_2) eine Basis von $U := \langle u_1, u_2 \rangle$.

Es ist $A := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ die Matrix mit dem Spaltentupel (t_1, t_2, u_1, u_2) .

(a) Bestimmen Sie die Zeilenstufenform von A .

Zeilenstufenform:

(b) Bestimmen Sie eine Basis von $T \cap U$. Bestimmen Sie die Dimension von $T + U$.

Basis von $T \cap U$:

$\dim(T + U)$: