Name, Vorname:

Matrikel-Nummer:

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	Summe	Note
Punkte	/4	/3	/3	/3	/8	/4	/3	/2	/ 30	

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Scheinklausur

Beachten Sie die folgenden **Hinweise:**

- **Bearbeitungszeit:** 90 Minuten
- **Erlaubte Hilfsmittel:** Vier eigenhändig handbeschriebene Seiten DIN A4.
- Wer den Klausurraum vor Ende der Bearbeitungszeit endgültig verlässt, hat damit zu rechnen, dass seine Klausur als nicht bestanden gewertet wird.
- Eintragungen mit Bleistift oder Rotstift sind unerwünscht.
- Die **Ergebnisse** sind in fertiggerechneter Form in die vorgesehenen Kästen einzutragen. Nebenrechnungen werden nicht gewertet und daher auch nicht eingesammelt.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (4 Punkte) Sei $f : \mathbb{R}_{>-3} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := \dfrac{x}{(x+3)^2}$.

(a) Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von $f(x)$:

$f(x) =$

(b) Berechnen Sie: $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x = \left[\qquad \right]$

(c) Berechnen Sie: $\displaystyle\int_{-2}^{0} f(x)\,\mathrm{d}x =$

Aufgabe 2 (3 Punkte) Sei $s \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $A_s = \begin{pmatrix} s & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$.

(a) Bestimmen Sie den Hauptminor $\mathrm{M}_1(A_s) =$ $\boxed{}$

(b) Bestimmen Sie den Hauptminor $\mathrm{M}_2(A_s) =$ $\boxed{}$

(c) Für welche $s \in \mathbb{R}$ ist A_s positiv definit? Antwort: $\boxed{}$

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Es laufe ein Sparvertrag. Der jährliche Zinssatz betrage $p = 10\%$.
Sei $K_1 = 1210$€ das Kapital nach einem Jahr.

(a) Welchen Betrag an Zinsen hat die Bank nach einem Jahr bezahlt?

Antwort: $K_1 - K_0 =$ $\boxed{}$ €

(b) Berechnen Sie das Guthaben nach zwei Jahren: $K_2 =$ $\boxed{}$ €

(c) Wie lange dauert es, bis ein Kapital von $2 \cdot K_0$ erreicht ist?

Es dauert $n =$ $\boxed{}$ Jahre.

Aufgabe 4 (3 Punkte) Berechnen Sie:

(a) $\displaystyle\int 2^x \, \mathrm{d}x = \left[\boxed{} \right]$

(b) $\displaystyle\int x \cdot 2^x \, \mathrm{d}x = \left[\boxed{} \right]$

(c) $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} x \cdot 2^x \, \mathrm{d}x =$ $\boxed{}$

Aufgabe 5 (8 Punkte) Seien

$$f \;:\; \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \;:\; (x,y,z) \;\mapsto\; f(x,y,z) \;:=\; 3y^3 + xyz$$
$$g \;:\; \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R} \;:\; (x,y,z) \;\mapsto\; g(x,y,z) \;:=\; x - 7y - 2z - 3\,.$$

Es soll untersucht werden, ob $(-2,-1,1)$ eine lokale Extremstelle von f unter Nebenbedingung $g = 0$ ist.

(a) Berechnen Sie die Gradienten von f und g.

$\nabla_f(x,y,z) =$ $\boxed{}$ $\qquad \nabla_g(x,y,z) =$ $\boxed{}$

(b) Bestimmen Sie $\rho \in \mathbb{R}$ so, dass $\nabla_f(-2,-1,1) = \nabla_g(-2,-1,1) \cdot \rho$ ist: $\quad \rho =$ $\boxed{}$

(c) Bestimmen Sie die Hessematrix $\mathrm{H}_f(x,y,z)$ und die Matrix $H := \mathrm{H}_f(-2,-1,1) - \rho \cdot \mathrm{H}_g(-2,-1,1)$.

$\mathrm{H}_f(x,y,z) =$ $\boxed{}$ $\qquad H =$ $\boxed{}$

(d) Sei $N = N(-2,-1,1) = \nabla_g(-2,-1,1) \in \mathbb{R}^{3\times 1}$. Sei U eine Matrix, deren Spaltentupel eine Basis von $\{\, u \in \mathbb{R}^{3\times 1} \;:\; N^{\mathrm{t}} u = 0 \,\}$ ist. Man berechne U und $U^{\mathrm{t}} H\, U$.

$U =$ $\boxed{}$ $\qquad U^{\mathrm{t}} H\, U =$ $\boxed{}$

(e) Auf die Stelle $(-2,-1,1)$ treffen welche der folgenden Charakterisierungen unter Nebenbedingung $g = 0$ zu? Tragen Sie an **jeder** Stelle der folgenden Tabelle **„ja“** oder **„nein“** ein.

	Flachstelle	lokale Minimalstelle	lokale Maximalstelle	Sattelstelle
$(-2,-1,1)$				

Aufgabe 6 (4 Punkte)

(a) Berechnen Sie den Binomialkoeffizienten: $\binom{8}{3} = \boxed{}$

(b) Berechnen Sie: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{5^k} = \boxed{}$

(c) Berechnen Sie: $\lim_{x \to 1} \frac{\ln(x^2)}{x-1} = \boxed{}$

(d) Berechnen Sie den Flächeninhalt des von den Vektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ in $\mathbb{R}^{3\times 1}$ aufgespannten

Parallelogramms: $\boxed{}$

Aufgabe 7 (3 Punkte) Berechnen Sie folgende inverse Matrix in $\mathbb{R}^{3\times 3}$.

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \boxed{}$$

Aufgabe 8 (2 Punkte) Sei $f : \mathbb{R}_{>0} \times \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R} : (x, y) \mapsto f(x, y) = \dfrac{8}{x+y}$.

(a) Bestimmen Sie die Näherung erster Ordnung von f um die Stelle $(1, 1)$:

$\boxed{}$

(b) Bestimmen Sie die Näherung zweiter Ordnung von f um die Stelle $(1, 1)$:

$\boxed{}$
