Günthner, Krauß, Künzer

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 4

Platzaufgaben

Platzaufgabe 13 Bestimmen Sie die Ableitung der Funktion f.

(a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := \ln\left(\frac{1}{x^2+1}\right)$

(b) $f : (-2, 0) \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := x^2 \mathrm{e}^x$. Ist f monoton fallend?

(c) $f : (0, \pi) \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := \frac{x}{\sin(x)}$

(d) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := 2^x$

Platzaufgabe 14 Berechnen Sie:

(a) $\mathrm{e}^{-\ln(3)}$

(b) $\ln(\frac{1}{4}) + \ln(4)$

(c) $\ln(2x) - \ln(x)$ für $x \in \mathbb{R}_{>0}$

(d) $\log_2(\sqrt[3]{16})$

Platzaufgabe 15 Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}_{>0} : x \mapsto f(x) := x\mathrm{e}^x$.
Sei $g : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}_{>0} : y \mapsto g(y)$ ihre Umkehrfunktion. Es ist also $g(y) = f^{-1}(y)$ für $y \in \mathbb{R}_{>0}$.

(a) Bestimmen Sie $f(1)$.

(b) Bestimmen Sie $g(\mathrm{e})$.

(c) Bestimmen Sie $g'(\mathrm{e})$.

(d) Ist $f^{-1}(y) = \dfrac{1}{f(y)}$ für $y \in \mathbb{R}_{>0}$?

Platzaufgabe 16 Sei

$$f \ : \ \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R} \ : \ x \mapsto f(x) := \frac{1}{x}\ .$$

Berechnen Sie direkt mit Hilfe der Definition die Ableitung $f'(x)$.
Berechnen Sie die Ableitung $f'(x)$ nochmals mittels einer Regel.
Vergleichen Sie.

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 4

Hausaufgaben

Abgabe bis Do 25.11.21 in den Präsenzübungen oder bis Mi 24.11.21 um 23:55 Uhr im Ilias.
Die Anmeldung zur ersten Scheinklausur läuft bis zum 06.12.21 im Ilias unter
`https://ilias3.uni-stuttgart.de/goto_Uni_Stuttgart_book_2708920.html`

Hausaufgabe 13 Man berechne für die Funktion $f : D \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x)$ die Ableitung f'.

(a) $f(x) = x^5 \sin(x)$ auf $D = \mathbb{R}$

(b) $f(x) = \ln(\sin(x))$ auf $D = (0, \pi)$

(c) $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{\cos(x)}$ auf $D = (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

(d) $f(x) = x^x$ auf $D = \mathbb{R}_{>0}$

Hausaufgabe 14

(a) Sei $t \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Sei $f_t : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f_t(x) := \mathrm{e}^{tx}$.
Bestimmen Sie $\{\, t \in \mathbb{R} \,:\, \text{Es ist } 2f_t''(x) + 9f_t'(x) - 5f_t(x) = 0 \text{ für } x \in \mathbb{R} \,\}$.

(b) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{R}_{>0} : \frac{1}{2}\ln(x) - \ln(3) > \ln(2)\}$.

Hausaufgabe 15 Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{>0} : x \mapsto f(x) := 2^x$.
Sei $g : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R} : y \mapsto g(y)$ ihre Umkehrfunktion.

(a) Bestimmen Sie $g'(y)$ unter Verwendung der Formel $g'(y) = \dfrac{1}{f'(g(y))}$.

(b) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion $g(y)$. Verwenden Sie dies für eine direkte Berechnung von $g'(y)$.

Hausaufgabe 16 Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := (x^2 - 1)\mathrm{e}^x$.

(a) Bestimmen Sie die Nullstellen von f.

(b) Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen von f.

(c) Überprüfen Sie, dass f auf dem Intervall $(-1 - \sqrt{2}, -1 + \sqrt{2})$ streng monoton fällt.

(d) Skizzieren Sie den Graphen von f. (Dazu können Sie einen Taschenrechner verwenden.)