

Blatt 6

Platzaufgaben

Platzaufgabe 20

- (a) Seien Matrizen $A := \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$, $B := \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & 5 & -2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ gegeben. Berechnen Sie AB , $A^t A - B$, $B^t A^t$.
- (b) Bestimmen Sie $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$.
- (c) Bestimmen Sie $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1}$ und $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}^3$.
- (d) Bestimmen Sie die Zeilenstufenform von A und die Lösungsmenge $\{x \in \mathbb{R}^{3 \times 1} : Ax = 0\}$.

Platzaufgabe 21 Seien die Vektoren $a := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$, $b_t := \begin{pmatrix} 3 \\ t \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ für $t \in \mathbb{R}$ gegeben.

- (a) Bestimmen Sie das Skalarprodukt $b_1^t b_2$ und das Kreuzprodukt $b_1 \times b_2$.
- (b) Bestimmen Sie $t \in \mathbb{R}$ so, dass die Vektoren a und b_t einen Winkel von $\frac{\pi}{6}$ einschließen.

Platzaufgabe 22 Bei einem Sparvertrag werden jedes Jahr nachschüssig 600€ auf ein Sparbuch eingezahlt. Das Guthaben wird mit $p\%$ verzinst. Sei das Anfangskapital $K_0 = 0\text{€}$.

- (a) Nach 2 Jahren beträgt das Guthaben 1.260€. Wie hoch ist der Zinssatz p ?
- (b) Wie hoch muss bei einem Zinssatz von 10% die jährliche Sparrate sein, wenn das Guthaben nach 2 Jahren 2.100€ betragen soll?

Platzaufgabe 23 Für diese Aufgabe dürfen Sie einen Taschenrechner verwenden.

Eine Firma zieht den Kauf einer neuen Maschine in Erwägung. Die Investitionskosten betragen 200.000€. Die Maschine hat eine Lebensdauer von 3 Jahren. Am Ende der Einsatzdauer wird die Maschine insgesamt 210.000€ Einnahmen eingebracht haben.

- (a) Bestimmen Sie den heutigen Wert K_0 der zukünftigen Einnahmen von $K_3 = 210.000\text{€}$, wenn Sie einen Kalkulationszinssatz von 5% p.a. annehmen. Lösen Sie dazu $K_3 = q^3 \cdot K_0$ nach K_0 auf. Diesen Vorgang nennt man auch *Abzinsen*.
Wäre es besser, das Kapital von 200.000€ auf dem Kapitalmarkt zu 5% p.a. anzulegen?
- (b) Würde sich die Investition lohnen, wenn man einen niedrigeren Zinssatz von 1,5% p.a. annimmt?

Blatt 6

Hausaufgaben

Abgabe bis Do 09.12.21 in den Präsenzübungen oder bis Mi 08.12.21 um 23:55 Uhr im Ilias.

Hausaufgabe 21

- (a) Auf ein Bankkonto werden am Anfang jedes Jahres 1.000€ eingezahlt. Sei das Anfangskapital $K_0 = 0$ €. Das Guthaben wird jeweils zum Jahresende mit $p\%$ verzinst, wobei $p \geq 0$. Nach 2 Jahren beträgt das Guthaben 3.750€. Wie hoch ist der Zinssatz p ?
- (b) Es soll ein Betrag K_0 auf einem Konto mit einem Zinssatz von 25% angelegt werden. Jeweils zum Jahresende soll eine Auszahlung von 500€ getätigt werden. Wie hoch muss K_0 sein, damit nach 3 Jahren das Kapital aufgebraucht ist?

Hausaufgabe 22 Für diese Aufgabe dürfen Sie einen Taschenrechner verwenden.

- (a) Eine Gesellschaft erwirbt ein Gebäude für 750.000€. Nach 5 Jahren wird das Gebäude für 800.000€ verkauft. Wieviel ist das Gebäude aus heutiger Sicht wert, wenn man einen Kalkulationszinssatz von 3% annimmt, d.h. wieviel Geld hätte man zu einem Zinssatz von 3% anlegen müssen, damit das Guthaben nach 5 Jahren 800.000€ beträgt? Hat die Gesellschaft klug investiert?
- (b) Würde sich die Investition lohnen, wenn man einen niedrigeren Zinssatz von 1% p.a. annimmt?
- (c) Bis zu welchem Zinssatz lohnt sich die Investition?

Hausaufgabe 23

- (a) Bestimmen Sie $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1}$.

- (b) Bestimmen Sie die Zeilenstufenform von $A := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 8 \\ 1 & 5 & -5 & -4 \\ 0 & 1 & -6 & -10 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\{x \in \mathbb{R}^{4 \times 1} : Ax = 0\}$.

- (c) Sei $B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$. Bestimmen Sie alle Matrizen $C \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ mit $BC = E_2$.

Hausaufgabe 24 Seien $a := \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $b := \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $c := \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ gegeben.

- (a) Skizzieren Sie das von a, b, c aufgespannte Parallelepipid.
- (b) Bestimmen Sie den Cosinus des von b und c eingeschlossenen Winkels.
- (c) Berechnen Sie den Flächeninhalt des von b und c aufgespannten Parallelogramms.
- (d) Berechnen Sie das Volumen des von a, b, c aufgespannten Parallelepipeds.