Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 7

Platzaufgaben

Platzaufgabe 24 Gegeben sind

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } b = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} .$$

(a) Bestimmen Sie eine Basis von $\{x \in \mathbb{R}^{6\times 1} : Ax = 0\}$.
Multiplizieren Sie zur Probe A mit jedem Basisvektor.

(b) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{R}^{6\times 1} : Ax = b\}$.

Platzaufgabe 25 Seien

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 4 & 2 & -5 \end{pmatrix} \text{ und } b = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(a) Formen Sie $(A|b)$ so um, dass A in Zeilenstufenform kommt.

(b) Bestimmen Sie eine Basis von $\{x \in \mathbb{R}^{5\times 1} : Ax = 0\}$.

(c) Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{R}^{5\times 1} : Ax = b\}$.

Platzaufgabe 26 Es seien T und U Unterräume von $\mathbb{R}^{4\times 1}$ mit

$$T = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle \text{ und } U = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle .$$

Bestimmen Sie jeweils die Dimension und eine Basis von

(a) T, (b) U, (c) $T + U$, (d) $T \cap U$.

Platzaufgabe 27 Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := x^2 - 4x$.

(a) Bestimmen Sie $f'(x)$.

(b) Berechnen Sie $\displaystyle\int_2^3 f'(x)\,\mathrm{d}x$

(c) Skizzieren Sie die in (b) berechnete Fläche. Bestimmen Sie ihren Flächeninhalt durch eine direkte Überlegung und vergleichen Sie mit (b).

Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 7

Hausaufgaben

Abgabe bis Do 16.12.21 in den Präsenzübungen oder bis Mi 15.12.21 um 23:55 Uhr im Ilias.

Hausaufgabe 25 Sei $s \in \mathbb{R}$ ein Parameter. Seien

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 & 4 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } b_s = \begin{pmatrix} 4 \\ s-1 \\ 2s \\ -2s-1 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie $\{x \in \mathbb{R}^{6\times 1} : Ax = b_s\}$, in Abhängigkeit von s.

Hausaufgabe 26 Bestimmen Sie, falls möglich, die Inverse A^{-1} der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} .$$

Hausaufgabe 27 Seien

$$(t_1, t_2, t_3) = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \text{ und } (u_1, u_2, u_3) = \left(\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right) .$$

Es ist (t_1, t_2, t_3) eine Basis von $T := \langle t_1, t_2, t_3 \rangle$. Es ist (u_1, u_2, u_3) eine Basis von $U := \langle u_1, u_2, u_3 \rangle$.

(a) Bestimmen Sie eine Basis von $T + U$.

(b) Bestimmen Sie eine Basis von $T \cap U$.

(c) Bestätigen Sie durch direkte Rechnung, dass hier $\dim(T + U) + \dim(T \cap U) = \dim(T) + \dim(U)$ gilt.

Hausaufgabe 28

(a) Berechnen Sie $\displaystyle\int_0^1 x^2 + 1 \,\mathrm{d}x$. Skizzieren Sie die berechnete Fläche.

(b) Sei $f : \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R} : x \mapsto f(x) := \dfrac{\mathrm{e}^x}{x}$.
Bestimmen Sie f'.
Bestimmen Sie damit $\displaystyle\int_1^2 \frac{\mathrm{e}^x(x-1)}{x^2} \,\mathrm{d}x$.