

Blatt 2

Vortragsübung am 04.11.21

Aufgabe 1 Zeigen Sie, dass $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+4}{n+3} = 7$ ist.

- (1) Mithilfe von direkter Anwendung der Definition.
- (2) Unter Anwendung der Regeln für Grenzwerte.

Aufgabe 2 Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}}$ eine konvergente Folge reeller Zahlen. Warum gibt es ein $C \in \mathbb{R}$ mit $|a_n| \leq C$ für $n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$?**Aufgabe 3** Untersuchen Sie folgende Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls deren Grenzwert

- (1) $(a_n)_{n \geq 1} = \left(\frac{4n^2 + 8n + 4}{n+1} \right)_{n \geq 1}$
- (2) $(b_n)_{n \geq 1} = \left(\frac{4n^2 + 8n + 4}{n^2 + 1} \right)_{n \geq 1}$
- (3) $(c_n)_{n \geq 1} = (b_n^2)_{n \geq 1}$
- (4) $(d_n)_{n \geq 1} = (1 - e^{-n})_{n \geq 1}$

Aufgabe 4 Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen.

- (a) Zeigen Sie es gilt $\sum_{j=1}^n (a_{j+1} - a_j) = a_{n+1} - a_1$.
- (b) Berechnen Sie $\sum_{j=1}^n \frac{1}{j(j+1)}$ mit Hilfe von (a).
- (c) Berechnen Sie $\sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j(j+1)}$ mit Hilfe von (b).