Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler

Blatt 3

Vortragsübung am 11.11.21

Aufgabe 1

(1) Bestimmen Sie $\sum_{j=2}^{\infty}(-1)^{j+3}\pi^{3-j}$

(2) Sei $\sum_{j\geqslant k} a_j$ eine konvergente Reihe. Warum gilt $\lim_{j\to\infty} a_j = 0$?

(3) Warum kann die Grenzwertformel für geometrische Reihen im Fall $|q| \geqslant 1$ nicht angewendet werden? Diskutieren Sie den Fall $q = 2$.

Aufgabe 2 Zeigen Sie durch direkte Anwendung der Definition mit ε und δ, dass

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R}^2 &\to \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto x^2 + y^2 - 1 \end{aligned}$$

in $(0, 0)$ stetig ist. Skizzieren Sie weiterhin die Nullstellenmenge von f.

Aufgabe 3 Berechnen Sie den Grenzwert folgender Reihen

(1) $\sum_{j=1}^{\infty} \frac{2^j}{j!}$

(2) $\sum_{j=2}^{\infty} \frac{1}{3^j(j-1)!}$

(3) $\sum_{j=3}^{\infty} \frac{j+1}{(j-2)!}$

(4) $\sum_{j=4}^{\infty} \frac{1}{(j-1)((j-3)!)}$

Aufgabe 4 Bestimmen Sie die inneren Punkte der folgenden Teilmengen.

(1) $A := \{x \in \mathbb{R} :\, x^2 \leqslant 3\} \cup (4, 5) \subseteq \mathbb{R}$

(2) $B := (3, 4) \subseteq \mathbb{R}$

(3) $C := \{(x^3, 0) \in \mathbb{R}^2 :\, x \in (-1, \sqrt[3]{2})\} \subseteq \mathbb{R}^2$

Welche der obigen Teilmengen ist offen?